ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	**ΑΛΓΕΒΡΑ / Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΠΑΛ**
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	**15/11/2025**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. α) Σχολικό Βιβλίο σελ. 33.

β) Σχολικό Βιβλίο σελ. 36.

Α2.

	1^0 τεταρτημόριο	2^0 τεταρτημόριο	3^0 τεταρτημόριο	4^0 τεταρτημόριο
ημω	+	+	-	-
συνω	+	-	-	+
εφω	+	-	+	-
σφω	+	-	+	-

Α3. α) ΣΩΣΤΟ **β)** ΛΑΘΟΣ **γ)** ΣΩΣΤΟ **δ)** ΣΩΣΤΟ **ε)** ΛΑΘΟΣ

ΘΕΜΑ Β

Β1. α) (Σ) : $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$

Για να αποτελεί το ζεύγος (3,1) λύση του συστήματος θα πρέπει οι συντεταγμένες του να επαληθεύουν και τις δύο εξισώσεις του συστήματος.

Για x = 3 και y = 1 :

3 + 2 · 1 = 5 που ισχύει

$2\cdot 3 - 1 = 5 \neq 0$, άρα δεν ισχύει.

Οπότε το (3,1) δεν αποτελεί λύση του (Σ).

β) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - y = 0 \ \mid \cdot 2 \end{cases} \ (=) \ \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 4x - 2y = 0 \end{cases}$

Προσθέτουμε κατά μέλη

5x = 5 (=) x = 1

Άρα, 1 + 2y = 5 (=) 2y = 5 – 1 (=) 2y = 4 (=) y = 2

Επομένως, η λύση του συστήματος είναι : (x,y) = (1,2).

Β2. α) Το κοινό τους σημείο Α προσδιορίζεται αλγεβρικά με την επίλυση του συστήματος εξισώσεών τους. Άρα:

$$\begin{cases} -2x-5y=-11 \\ x+y=1 \quad |\cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x-5y=-11 \\ 2x+2y=2 \end{cases}$$

Προσθέτουμε κατά μέλη :

$-3y=-9 \Leftrightarrow y=3$

Άρα, $x+3=1 \Leftrightarrow x=-3+1 \Leftrightarrow x=-2$

Οπότε, $A(-2,3)$.

β) Εφόσον η ευθεία $3x+\alpha y=4\alpha-9$ διέρχεται από το Α, θα πρέπει οι συντεταγμένες του να επαληθεύουν την εξίσωση αυτή.

Άρα, $3\cdot(-2)+3\alpha=4\alpha-9$

$\Leftrightarrow -6+3\alpha=4\alpha-9$

$\Leftrightarrow 3\alpha-4\alpha=6-9$

$\Leftrightarrow -\alpha=-3$

$\Leftrightarrow \alpha=3$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από την γραφική παράσταση συμπεραίνουμε ότι $f(-1)=0$, $f(0)=1$ και $f(1)=0$.

Συνεπώς $A=\dfrac{f(-1)+2025\cdot f(0)}{f(0)^{2025}-f(1)}=\dfrac{0+2025\cdot 1}{1^{2025}-0}=2025$.

Γ2. Εφόσον η γραφική παράσταση της f παρουσιάζει συμμετρία ως προς τον άξονα y'y, τότε η f είναι άρτια συνάρτηση.

Γ3. (i) Η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα για $x\in[-1,0]$ και για $x\in[1,+\infty)$.

(ii) Η συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα για $x\in(-\infty,-1]$ και για $x\in[0,1]$.

Γ4. Η f παρουσιάζει ελάχιστο για $x=-1$ και για $x=1$ με τιμή $f(1)=f(-1)=0$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Έχουμε $\alpha=\dfrac{3\cdot \eta\mu 60^\circ\cdot \sigma\upsilon\nu 45^\circ\cdot \varepsilon\varphi 30^\circ}{\varepsilon\varphi 60^\circ\cdot \eta\mu 45^\circ\cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ}=\dfrac{3\cdot\frac{\sqrt3}{2}\cdot\frac{\sqrt2}{2}\cdot\frac{\sqrt3}{3}}{\sqrt3\cdot\frac{\sqrt2}{2}\cdot\frac{\sqrt3}{2}}=\dfrac{\sqrt3}{\sqrt3}=1$. Επίσης εφόσον

$\sigma\upsilon\nu 90^\circ = 0$, τότε $\beta = \sigma\upsilon\nu 90^\circ \cdot \varepsilon\varphi 32^\circ \cdot \eta\mu 13^\circ = 0 \cdot \varepsilon\varphi 32^\circ \cdot \eta\mu 13^\circ = 0$. Άρα $f(x) = x^2,\ x \in R$.

Δ2. Είναι $104^\circ \in (90^\circ, 180^\circ)$, δηλαδή γωνία 2ου τεταρτημορίου, άρα $\sigma\upsilon\nu 104^\circ < 0$.

Είναι $185^\circ \in (180^\circ, 270^\circ)$, δηλαδή γωνία 3ου τεταρτημορίου, άρα $\eta\mu 185^\circ < 0$.

Είναι $175^\circ \in (90^\circ, 180^\circ)$, δηλαδή γωνία 2ου τεταρτημορίου, άρα $\sigma\varphi 175^\circ < 0$.

Συνεπώς εφόσον $\gamma = \sigma\upsilon\nu 104^\circ \cdot \eta\mu 185^\circ \cdot \sigma\varphi 175^\circ < 0$, δηλαδή $-\gamma > 0$ και

$-f(\gamma) = -\gamma^2 < 0$, τότε $-\gamma > -f(\gamma)$.

Δ3. Η γραφική παράσταση της f παρουσιάζει συμμετρία ως προς τον άξονα y'y, οπότε η f είναι άρτια.

<u>Β' τρόπος</u>: Για κάθε $x \in R$, είναι: $-x \in R$ και $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$.

Άρα η f είναι άρτια.

Είναι λοιπόν $f(-2025) = f(2025)$. Επομένως:

$$A = \frac{[f(-2025)-3]\cdot[f(2025)+3]+9}{f(-2025)\cdot f(2025)}$$

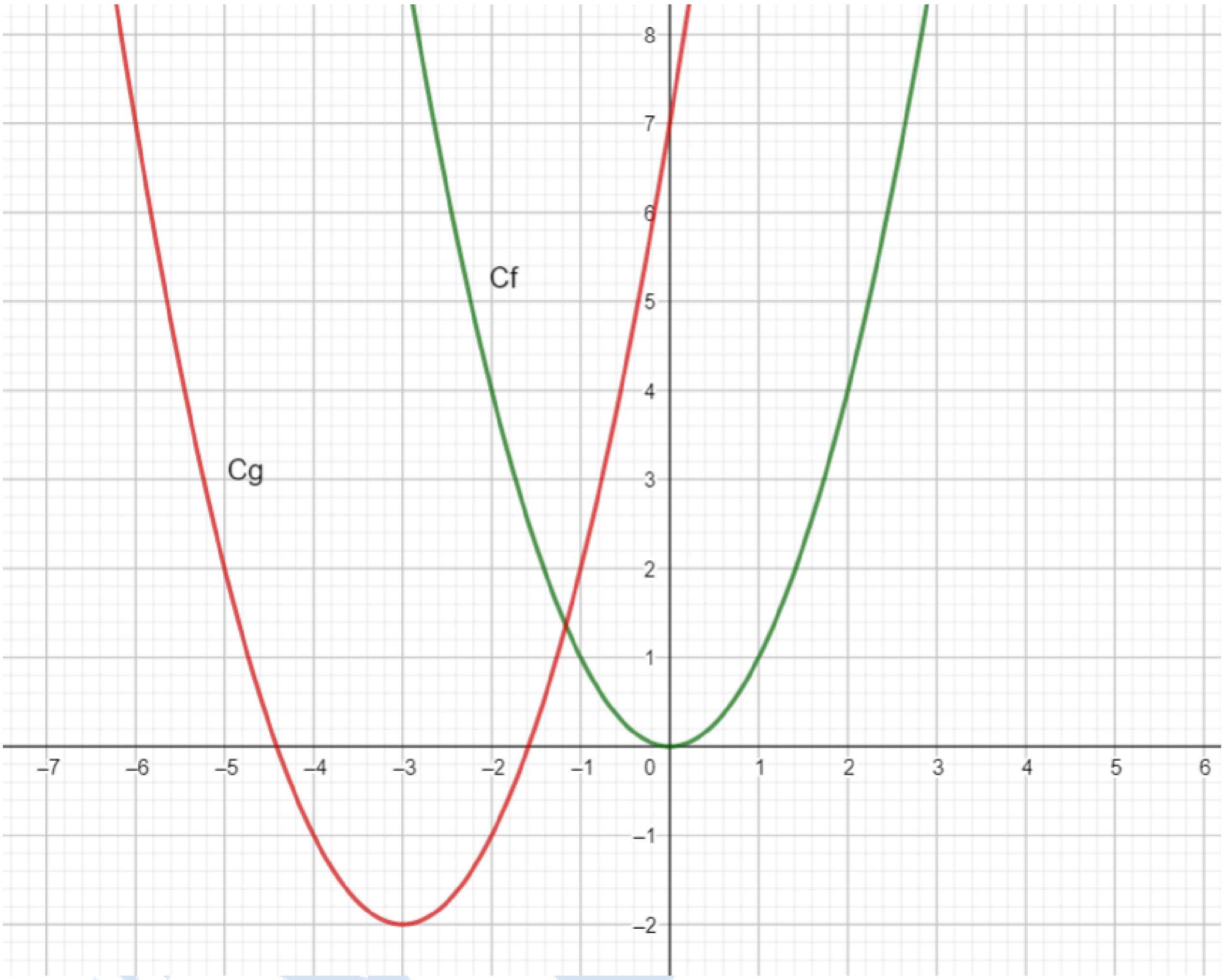
$$A = \frac{[f(-2025)-3]\cdot[f(2025)+3]+9}{f(-2025)\cdot f(2025)} = \frac{[f(2025)-3]\cdot[f(2025)+3]+9}{f(2025)\cdot f(2025)} =$$

$$= \frac{f^2(2025)-9+9}{f^2(2025)} = \frac{f^2(2025)}{f^2(2025)} = 1.$$

Δ4. (i) Εφόσον η C_g προκύπτει έπειτα από μία κατακόρυφη μετατόπιση της C_f κατά 2 μονάδες προς τα κάτω και μία οριζόντια μετατόπιση της C_f κατά 3 μονάδες προς τα αριστερά, τότε ο τύπος της είναι:

$g(x) = f(x+3) - 2 = (x+3)^2 - 2 = x^2 + 6x + 7$.

(ii) Σύμφωνα με τις παραπάνω μετατοπίσεις της C_f, η C_g είναι η ακόλουθη:


Cf
Cg
8
7
6
5
4
3
2
1
0
–1
–2
–7
–6
–5
–4
–3
–2
–1
1
2
3
4
5
6